

Function Approximation for Engineering and Scientific Problems

Παναγιώτης Κορκίδης

Επιβλέπων: Καθηγητής Αναστάσιος Ντούνης



Ετήσια Έκθεση Προόδου

20/10/2023

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΪΑΤΡΙΚΗΣ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

Τριμελής Συμβουλευτική Επιτροπή

Αναστάσιος Ντούνης

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανικών Βιοϊατρικής
Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής

Γεώργιος Βούρος

Καθηγητής, Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων
Πανεπιστήμιο Πειραιά

Διονυσία Κολοκοτσά

Καθηγήτρια, Τμήμα Χημικών Μηχανικών και
Μηχανικών Περιβάλλοντος
Πολυτεχνείο Κρήτης

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	1
2	Ασαφή Μοντέλα για Πρόβλεψη Μετεωρολογικών Μεταβλητών	3
3	Μελλοντικές Κατευθύνσεις	8
	Βιβλιογραφία	9

Εισαγωγή

Περίληψη

Το θέμα της διδακτορικής διατριβής με τίτλο *Function Approximation for Engineering and Scientific Problems*, αφορά στη διερεύνηση καθώς και στην ανάπτυξη αλγορίθμων που βασίζονται στον ευρύτερο τομέα της υπολογιστικής νοημοσύνης και της μηχανικής μάθησης και στην εφαρμογή τους προς την επίλυση επιστημονικών προβλημάτων.

Η έρευνα έχει εστιαστεί στη σύζευξη μεθοδολογιών εξελικτικού υπολογισμού και συστημάτων ασαφούς λογικής για προσέγγιση συναρτήσεων από δεδομένα καθώς και για πρόβλεψη χρονοσειρών. Παράλληλα, κατά τη διάρκεια συμμετοχής σε ερευνητικό πρόγραμμα με επιστημονικό υπεύθυνο τον επιβλέποντα καθηγητή, προτάθηκαν και αναπτύχθηκαν στοχαστικά μοντέλα και μεθοδολογίες για την λύση του προβλήματος εκτίμησης της πληρότητας σε ευφυή κτήρια. Η έρευνα μας έχει οδηγήσει στην ενδελεχή μελέτη και υπολογιστική υλοποίηση σύγχρονων μεθόδων εξελικτικής βελτιστοποίησης, όπως είναι η διαφορική εξέλιξη με πολλαπλούς τελεστές μετάλλαξης και προσαρμοστικές υπερ-παραμέτρους, ταυτόχρονα με τη μελέτη αρκετών μοντέλων ασαφούς συμπερασματολογίας.

Στην παρούσα έκθεση περιγράφεται η ερευνητική δραστηριότητα στο πλαίσιο των ασαφών συστημάτων [1] και συγκεκριμένα την εφαρμογή ασαφών μοντέλων για την πρόβλεψη μετεωρολογικών μεταβλητών, σε δεδομένα που χορηγήθηκαν από το Εθνικό Αστεροσκοπείο Αθηνών (National Observatory of Athens). Τα εν λόγω δεδομένα περιγράφουν την εξέλιξη των τιμών των περιβαλλοντικών μεταβλητών στο χρόνο, υπό τη μορφή χρονοσειράς. Η μελέτη των χρονοσειρών γίνεται με την υπόθεση ότι η μελλοντική τιμή της μεταβλητής εξαρτάται από την προηγούμενη εξέλιξη της στο χρόνο:

$$\dots, x_{t-D}, \dots, x_{t-2}, x_{t-1}, ?, ?, \dots$$

Συνεπώς, αναζητείται ένα ευφές μοντέλο, στην προκειμένη μελέτη ασαφές, το οποίο θα αποτελεί μια ακριβής προσέγγιση της πραγματικής απεικόνισης, που χαρτογραφεί το χώρο των παρελθοντικών τιμών στις μελλοντικές πραγματοποιήσεις της μεταβλητής.

Τα αποτελέσματα της παρούσας μελέτης καθώς και η πρόοδος της διδακτορικής έρευνας, έχουν δημοσιευτεί¹ στα ακόλουθα επιστημονικά περιοδικά των εκδοτικών οίκων MDPI και Elsevier:

¹Με ημερολογιακή σειρά: Από πρόσφατο σε παλαιότερο.

- Korkidis, P.; Dounis, A. Intelligent Fuzzy Models: WM, ANFIS, and Patch Learning for the Competitive Forecasting of Environmental Variables. *Sustainability* 2023, 15, 8032. <https://doi.org/10.3390/su15108032>
- Panagiotis Korkidis, Anastasios Dounis. On Training Non-Uniform Fuzzy Partitions for Function Approximation using Differential Evolution: A Study on Fuzzy Transform and Fuzzy Projection, *Information Sciences*, Volume 619, 2023, Pages 867-888. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2022.11.050>
- Korkidis, P.; Dounis, A.; Kofinas, P. Computational Intelligence Technologies for Occupancy Estimation and Comfort Control in Buildings. *Energies* 2021, 14, 4971. <https://doi.org/10.3390/en14164971>

Ασαφή Μοντέλα για Πρόβλεψη Μετεωρολογικών Μεταβλητών

Περιγραφή

Διερευνούμε μοντέλα που βασίζονται στη θεωρία ασαφούς λογικής με πεδίο εφαρμογής την πρόβλεψη περιβαλλοντικών μεταβλητών. Η μέση θερμοκρασία περιβάλλοντος, η ταχύτητα ανέμου και η ηλιακή ακτινοβολία, αποτελούν τις υπό πρόβλεψη περιβαλλοντικές μεταβλητές. Το πρόβλημα που εξετάζεται περιγράφεται ως ένα πρόβλημα πρόβλεψης χρονοσειρών, μέσα από το πρίσμα των ασαφών μοντέλων; από κλασικές σε σύγχρονες προσεγγίσεις της ασαφούς θεωρίας. Το κίνητρό μας αναδύεται από την ανάγκη ανάπτυξης ισχυρών προβλεπτικών μοντέλων τα οποία θα είναι ικανά να ανταπεξέλθουν σε απαιτητικά προβλήματα, όπως αποδεικνύεται το πρόβλημα πρόβλεψης της ταχύτητας του ανέμου.

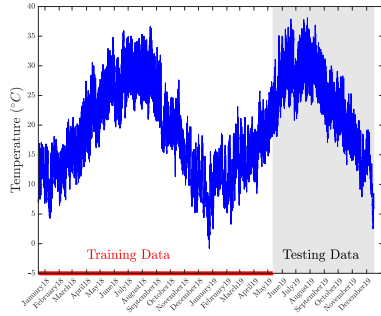
Οι περιβαλλοντικές μετρήσεις παραχωρήθηκαν από το Εθνικό Αστεροσκοπείο Αθηνών. Τα δεδομένα χωρίστηκαν σε αυτά που αφορούσαν στην εκπαίδευση του μοντέλου (training) και σε δοκιμαστικά (testing), με στόχο την ανάλυση της ικανότητας γενίκευσης.

Στο σχήμα 2.1 απεικονίζεται γραφικά η χρονική εξέλιξη των μεταβλητών. Τα δεδομένα εκπαίδευσης εξελίσσονται χρονικά από τον Ιανουάριο του 2018 έως και τον Μάιο του 2019, ποσοστό 70% επί του συνολικού αριθμού παρατηρήσεων, ενώ τα δοκιμαστικά, 30% αντίστοιχα, αφορούν τη διάρκεια έως το τέλος του έτους 2019.

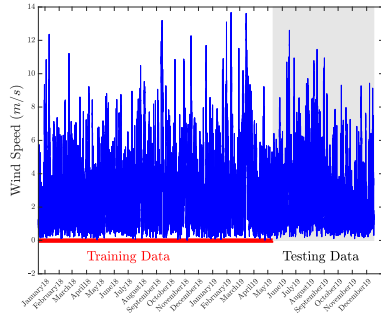
Τα βασικά ερωτήματα που αναδύονται μπορούν να διατυπωθούν με απλό τρόπο: *Εαν μπορεί να σχεδιαστεί ένα μοντέλο υπολογιστικής νοημοσύνης/μηχανικής μάθησης το οποίο να έχει τη δυνατότητα να παράγει ρεαλιστικές και αξιόπιστες προβλέψεις. Εαν μπορεί ένα ασαφές μοντέλο να έχει υψηλή προβλεπτική ικανότητα. Εαν γίνεται να ποσοτικοποιηθεί η απόδοση ώστε να συγκριθεί με ισχυρά μοντέλα μηχανικής μάθησης.*

Ερευνητική προσέγγιση

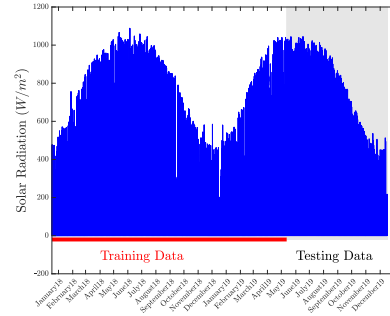
Εξετάζουμε το πρόβλημα βασιζόμενοι στη θεωρία των ασαφών συστημάτων, με στόχο να παρέχουμε ένα πλαίσιο υπολογιστικής μελέτης των δυνατοτήτων τεσσάρων μοντέλων: μέθοδος Wang Mendel (WM), νευροασαφής μεθοδολογία ANFIS, συνδυασμός της νευροασαφούς μεθοδολογίας σε πλαίσιο Ensemble Learning και σύγχρονη προσέγγιση Patch Learning.



(α)



(β)



(ς)

Σχήμα 2.1: Μετεωρολογικά δεδομένα. Από πάνω αριστερά: (α) Θερμοκρασία, (β) Ταχύτητα ανέμου και (ς) Ηλιακή ακτινοβολία.

Ο σχεδιασμός ενός ασαφούς συστήματος μπορεί να θεωρηθεί ως μια διαδικασία προσαρμογής μιας πολύπλοκης επιφάνειας σε έναν πολυ-διάστατο χώρο. Δεδομένων των δυνατοτήτων των ασαφών συστημάτων, τα οποία είναι εφοδιασμένα [2, 3], με την ιδιότητα προσέγγισης συναρτήσεων¹, παρέχεται ένα ιδανικό πλαίσιο υπολογιστικής μελέτης χρονοσειρών. Το συγκεκριμένο πρόβλημα ορίζεται ως ένα πρόβλημα απεικόνισης του χώρου των χαρακτηριστικών, που παράγουν οι παρελθοντικές τιμές της υπο μελέτης μεταβλητής, στο χώρο της παρούσας ή μελλοντικής πραγματοποίησης της μεταβλητής; μαθηματικά διατυπωμένο, $[x(t - D) \dots x(t - 1)] \in \mathcal{X} \subset \mathcal{R}^D \mapsto x(t) \in \mathcal{R}$.

Τα ασαφή συστήματα που μελετήθηκαν στη συγκεκριμένη έρευνα είναι τύπου Mamdani και TSK. Η γενική μορφή ενός ασαφούς (Zadeh) κανόνα, συστήματος Mamdani, με m εισόδους, M κανόνες και έξοδο $y \in V$, δίνεται από τη σχέση:

$$R^l : \text{If } x_1 \text{ is } F_1^l \text{ and } \dots \text{ and } x_m \text{ is } F_m^l, \text{ then } y \text{ is } G^l$$

Η συμπαγής γενικευμένη μορφή με την οποία μπορεί να εκφραστεί ένα ασαφές σύστημα Mamdani, n εισόδων και μίας εξόδου f , δίνεται από την ακόλουθη έκφραση:

¹Universal function approximators.

$$f = \mathcal{D} \left(\bigoplus_{l=1}^M \int_V \mu_{G^l}(y) \star \mathcal{T}_{k=1}^n \mu_{Q_k^l}(x_{k,sup}^l)/y \right) \quad (2.1)$$

όπου M ο αριθμός των ασαφών κανόνων, $\bigoplus_{l=1}^M$ μια ακολουθία από t -κονόρμες, \mathcal{D} ένας τελεστής/μέθοδος αποασαφοποίησης², \star και $\mathcal{T}_{k=1}^n$ οι t -νόρμες που αναφέρονται στα ασαφή συνδετικά και στην ασαφή συνεπαγωγή αντίστοιχα. Ο τελεστής ολοκλήρωσης αφορά στην ένωση των σημείων υπό την έννοια του συνεχούς. Επίσης, $\mu_{Q_k^l}(x_{k,sup}^l) \equiv \mu_{F_k^l}(x_{k,sup}^l) \star \mu_{X_k^l}(x_{k,sup}^l)$, όπου $\mu_{F_k^l}(x_{k,sup}^l)$ είναι η συνάρτηση συμμετοχής του k^{th} αιτίου του l^{th} κανόνα και $\mu_{X_k^l}(x_{k,sup}^l)$ συμβολίζει τη συνάρτηση συμμετοχής του k^{th} ασαφούς συνόλου της εισόδου. Τέλος, το σημείο $x_{k,sup}^l$ μεγιστοποιεί την ποσότητα $\mu_{Q_k^l}$.

Εάν θεωρήσουμε μονότιμες συναρτήσεις ασαφοποίησης (Singleton fuzzification) η έκφραση 2.1, εκφυλίζεται στην απλούστερη μορφή των Wang-Mendel, η οποία εκφράζει το ασαφές σύστημα ως ανάπτυγμα ασαφών συναρτήσεων βάσης, *fuzzy basis functions expansion*.

Η μέθοδος WM [4] αποτελεί δημοφιλή και ευρέως εφαρμοσμένη μεθοδολογία εκπαίδευσης ενός ασαφούς μοντέλου από δεδομένα. Αναφέρεται σε ασαφή συστήματα τύπου Mamdani, δηλαδή συστήματα όπου η μεταβλητή εξόδου εκφράζεται σε ασαφή σύνολα. Θεωρείται ως μια vanilla εκδοχή μοντέλων των οποίων οι ασαφείς κανόνες παράγονται μέσω μιας διαδικασίας *batch learning*, ενώ ταυτόχρονα προσφέρει ένα εύκολα κατανοητό πλαίσιο σχεδιασμού ασαφών συστημάτων και είναι υπολογιστικά αποδοτική, μειώνοντας τον αριθμό των ασαφών κανόνων που παράγουν τα δεδομένα.

Παράλληλα, υιοθετήθηκε η νευροασαφής προσέγγιση, ANFIS [5], σε εκδοχή υβριδικής μάθησης και στο πλαίσιο Ensemble Learning [6]. Η μεθοδολογία ANFIS αποτελεί ασαφές σύστημα με ασαφείς κανόνες τύπου TSK και δομή νευρωνικού δικτύου. Οι παράμετροι των συναρτήσεων συμμετοχής των εισόδων προσδιορίζονται online με αλγόριθμο gradient descent και των συναρτησιακών της εξόδου με ελάχιστα τετράγωνα. Η μεθοδολογία ANFIS υιοθετήθηκε και ως μοντέλο βάσης (base learner) σε ένα πλαίσιο δημιουργίας ensemble μοντέλου [7]. Από το σύνολο εκπαιδευτικών δεδομένων, παρήχθησαν bootstrap δείγματα για την εκπαίδευση των ANFIS base learners. Αποδεικνύεται ότι ο συνδυασμός προβλεπτικών μοντέλων υπό το πρίσμα bootstrap aggregating, μειώνει τη διακύμανση της τελικής πρόβλεψης, συνεπάγεται επομένως βελτίωση του τελικού μοντέλου.

Μια εναλλακτική πρόταση στη συνδυαστική μάθηση, με στόχο την βελτίωση ενός τελικού μοντέλου εκπαιδύοντας τα κατάλληλα τοπικά μοντέλα, αποτελεί το Patch Learning [8]. Η συγκεκριμένη μεθοδολογία αποτελεί σύγχρονη προσέγγιση στη βιβλιογραφία των ασαφών συστημάτων. Αρχικά ένα μοντέλο *global*, εκπαιδεύεται με το σύνολο των δεδομένων εκπαίδευσης. Το συγκεκριμένο μοντέλο μπορεί να είναι αυθαίρετης επιλογής· στην

²Αυθαίρετης επιλογής.

παρούσα μελέτη γίνεται χρήση μοντέλου ANFIS. Στη συνέχεια, ανάλογα με τις περιοχές (patches) στις οποίες το σφάλμα εκπαίδευσης είναι μεγάλο, γίνεται εκπαίδευση ενός τοπικού μοντέλου, patch model. Οι περιοχές patches, είναι τοποθεσίες του χώρου εισόδου του συστήματος. Για την τελική πρόβλεψη, πραγματοποιείται έλεγχος σε ποιό σημείο του χώρου εισόδου πέφτουν τα δεδομένα και τότε αποφασίζεται αν θα συμβάλει στην πρόβλεψη ένα από τα τοπικά ή το ολικό μοντέλο.

Η παραπάνω μεθοδολογία δεν αναφέρεται σε συγκεκριμένα μοντέλα που θα χρησιμοποιθούν ως patch ή global μοντέλα, όμως επιβάλλεται έμμεσα ένας σημαντικός περιορισμός λόγω του τρόπο υπολογισμού των γεωμετρικών περιοχών του χώρου εισόδου (patches), βάσει τύπου-1 πρώτης τάξης ασαφών διαμερίσεων. Το μοντέλο Patch Learning, δοκιμάστηκε στα προβλήματα πρόβλεψης των περιβαλλοντικών μεταβλητών με ικανοποιητικά αποτελέσματα, ως προς τα κριτήρια απόδοσης της προσεγγιστικής ικανότητας, ακόμα και σε σύγκριση με ισχυρά μοντέλα μηχανικής μάθησης όπως τα support vector machines (SVM) και οι γκαουσιανές διαδικασίες (GP).

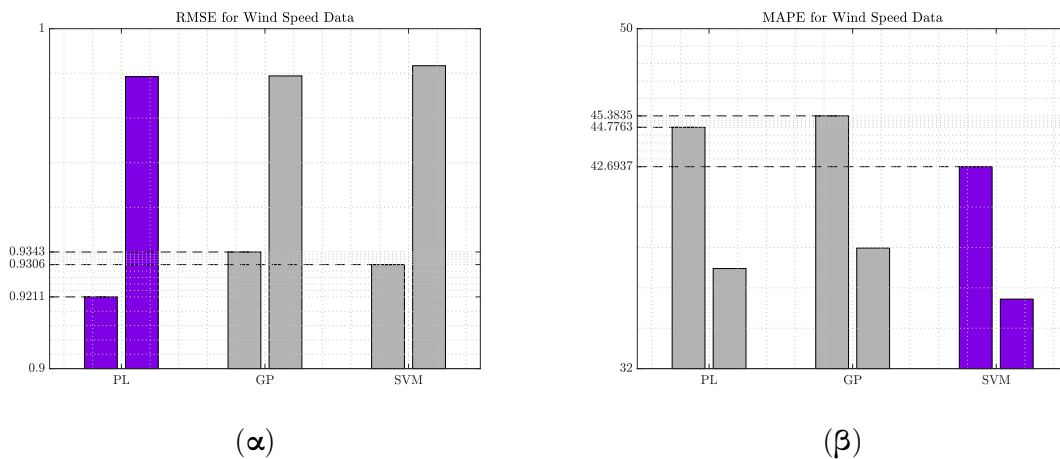
Για ευκολότερη κατανόηση του μοντέλου παρουσιάζεται ο αλγόριθμος 1 του PL.

Algorithm 1 Patch Learning

- 1: **Given** Training Data \mathcal{D}^{tr} , Testing Data \mathcal{D}_* , L the maximum number of patches, a choice of a *global* and *patch* model
 - 2: Generate a global model by a training procedure using all training instances
 - 3: **for** *Each Input* **do**
 - 4: Compute the candidate patches by identifying the first-order fuzzy partitions
 - 5: **end for**
 - 6: Create a pool containing all the identified partitions
 - 7: **for all** patches **do**
 - 8: Locate the patch associated with the largest approximation error on \mathcal{D}^{tr}
 - 9: Generate a local model, using a training procedure, by using the instances that fall into the above identified patch, e.g. \mathcal{D}_l^{tr} , where l is an index of the patch
 - 10: Remove the current patch from the candidate pool
 - 11: **end for**
 - 12: Update the global model, using the training data $\mathcal{D}^{tr} \setminus \{\mathcal{D}_l^{tr}\}$
 - 13: **for all** instances in the *testing* set, \mathcal{D}_* **do**
 - 14: **for all** patches **do**
 - 15: **if** the data falls into the l^{th} patch **then**
 - 16: Use the l^{th} patch model to make predictions
 - 17: **else** Use the global model to make predictions
 - 18: **end if**
 - 19: **end for**
 - 20: **end for**
 - 21: **Return** The training and testing set predictions
-

Σημαντική παράμετρος και ουσιαστικής σημασίας ζήτημα σε προβλήματα πρόβλεψης, με μοντέλα μηχανικής μάθησης, είναι η κατάλληλη επιλογή των εισόδων του συστήματος. Το συγκεκριμένο ζήτημα εγείρει πολλά ερωτήματα και προκλήσεις για την συστηματική μελέτη και την πρόταση μεθοδολογιών που θα βασίζονται στον εξελικτικό υπολογισμό είτε σε κριτήρια στατιστικών τεστ. Η επιλογή του αριθμού των εισόδων στην υπολογιστική μας μελέτη, αλλά και ποιες από τις καθυστερήσεις της περιβαλλοντικής μεταβλητής θα επιλεχθούν, προκύπτει από τη συνάρτηση μερικής αυτοσυσχέτισης (PACF), ήτοι η λύση των εξισώσεων Yule-Walker. Κρίνεται απολύτως απαραίτητη η περαιτέρω έρευνα για την επιλογή κατάλληλων ή/και βέλτιστων εισόδων για το προβλεπτικό σύστημα κατά το στάδιο σχεδιασμού.

Τα τελικά ασαφή προβλεπτικά μοντέλα αξιολογήθηκαν στην προβλεπτική τους ικανότητα, στα εκπαιδευτικά αλλά και σε δοκιμαστικά δεδομένα, βάσει μετρικών της σχετικής βιβλιογραφίας, όπως τα σφάλματα root mean squared error (rmse), mean absolute percentage error (mape) και coefficient of determination r^2 . Στο σχήμα 2.2 παρουσιάζονται γραφικά τα αποτελέσματα της εφαρμογής του μοντέλου PL στη χρονοσειρά της ταχύτητας ανέμου, ένα απαιτητικό πρόβλημα της βιβλιογραφίας, συγκρινόμενα με την απόδοση των δύο ισχυρών μοντέλων μηχανικής μάθησης. Στόχος αποτελεί η πρόταση μεθοδολογίας για την περαιτέρω μείωση του mape σφάλματος.



Σχήμα 2.2: Απόδοση PL για δεδομένα ταχύτητας ανέμου σε σχέση με GP, SVM (α) Σφάλμα rmse, (β) Σφάλμα mape.

Μελλοντικές Κατευθύνσεις

Κατά τη διάρκεια της έρευνας, διαπιστώσαμε ότι το πρόβλημα ακριβούς και αποδοτικής πρόβλεψης της ταχύτητας ανέμου είναι ιδιαίτερα απαιτητικό και επιβάλλει ισχυρότερες μεθοδολογίες, ανεξάρτητες από την επιλογή συγκεκριμένου μοντέλου. Οι μελλοντικές κατευθύνσεις στις οποίες θα εστιαστεί η έρευνα περιλαμβάνουν:

- Τη βελτίωση της γενικής μεθοδολογίας για την αποδοτικότερη πρόβλεψη στο ιδιαίτερα απαιτητικό πρόβλημα πρόβλεψης της ταχύτητας ανέμου
- Τη μελέτη για συστηματική επιλογή αριθμού και καθορισμό συγκεκριμένων καθυστερήσεων της υπό πρόβλεψη μεταβλητής
- Τη χρήση της πρόβλεψης της ταχύτητας ανέμου για τον αποδοτικό υπολογισμό της ισχύος ανεμογεννήτριας, ως ένα πρόβλημα προσέγγισης συναρτήσεων
- Τη μελέτη του προβλήματος βελτιστοποίησης παραμέτρων των μοντέλων με μεθόδους σύγχρονων εξελικτικών αλγορίθμων
- Τη μελέτη περισσότερων σύγχρονων ασαφών ή/και υβριδικών μοντέλων
- Τη μελέτη αυτόματων μεθοδολογιών επιλογής βέλτιστου μοντέλου
- Τη μελέτη ασαφών διαφορικών εξισώσεων στο πλαίσιο εκτίμησης πληρότητας

Βιβλιογραφία

- [1] Mendel, J. M. (2017). *Uncertain Rule-Based Fuzzy Systems: Introduction and New Directions*. Springer, second edition.
- [2] Kosko, B. (1992). Fuzzy systems as universal approximators. In Proceedings of the [1992 Proceedings] IEEE International Conference on Fuzzy Systems, San Diego, CA, USA, 8–12 March 1992; pp. 1143–1162.
- [3] Wang, L.X.; Mendel, J. (1992) Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning. *IEEE Trans. Neural Netw.* 1992, 3, 807–814.
- [4] Wang, L.X. (2003). The WM method completed: A flexible fuzzy system approach to data mining. *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* 2003, 11, 768–782.
- [5] Jang, J.S (1993). ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference system. *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern.* 1993, 23, 665–685.
- [6] Zhou, Z.H. (2012). *Ensemble Methods: Foundations and Algorithms*, 1st ed.; Chapman Hall CRC: Boca Raton, FL, USA,
- [7] Kim, D. (1998). Improving the fuzzy system performance by fuzzy system ensemble. *Fuzzy Sets Syst.* 1998, 98, 43–56.
- [8] Wu, D.; Mendel, J.M. (2020). Patch Learning. *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* 2020, 28, 1996–2008.

Anastasios
Ntounis

Digitally signed by
Anastasios Ntounis
Date: 2023.11.06 22:51:13
+02'00'

Δρ. Αναστάσιος Ντούνης

GEORGIOS VOUROΣ GEORGIOS VOUROΣ
07.11.2023 09:40

Δρ. Γεώργιος Βούρος

Dionysia
Kolokots
a

Digitally signed
by Dionysia
Kolokotsa
Date: 2023.11.06
22:35:09 +02'00'

Δρ. Διονυσία Κολοκοτσά