

# Function Approximation for Engineering and Scientific Problems

Παναγιώτης Κορκίδης

Επιβλέπων: Καθηγητής Αναστάσιος Ντούνης



## Ετήσια Έκθεση Προόδου

07/11/2022

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΪΑΤΡΙΚΗΣ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

## Τριμελής Συμβουλευτική Επιτροπή

**Αναστάσιος Ντούνης**

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανικών Βιοϊατρικής  
Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής

**Γεώργιος Βούρος**

Καθηγητής, Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων  
Πανεπιστήμιο Πειραιά

**Διονυσία Κολοκοτσά**

Καθηγήτρια, Τμήμα Χημικών Μηχανικών και  
Μηχανικών Περιβάλλοντος  
Πολυτεχνείο Κρήτης

# Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	1
2	Εξελικτικά Ασαφή Συστήματα	2
3	Ερευνητικό Πρόγραμμα	4
	Βιβλιογραφία	5

# Εισαγωγή

## Περίληψη

Το θέμα της διδακτορικής διατριβής με τίτλο *Function Approximation for Engineering and Scientific Problems*, αφορά στη διερεύνηση καθώς και στην ανάπτυξη αλγορίθμων που βασίζονται στον ευρύτερο τομέα της υπολογιστικής νοημοσύνης και της μηχανικής μάθησης και στην εφαρμογή τους προς την επίλυση επιστημονικών προβλημάτων.

Η παρούσα έκθεση ετήσιας προόδου αφορά στην ερευνητική μας δραστηριότητα στα πλαίσια των ασαφών μοντέλων [1] και συγκεκριμένα στην ανάπτυξη εξελικτικών ασαφών μοντέλων για προσέγγιση συναρτήσεων βάσει παρατηρησιακών δεδομένων.

Τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης έρευνας έχουν υποβληθεί και βρίσκονται υπό κρίση σε διεθνές περιοδικό με τίτλο *On Training Non-Uniform Fuzzy Partitions for Function Approximation using Differential Evolution: A Study on Fuzzy Transform and Fuzzy Projection*.

Παράλληλα, συμμετείχα στη συγγραφή και υποβολή ερευνητικής πρότασης προς χρηματοδότηση, στο πλαίσιο της πρόσκλησης του Ελληνικού Ιδρύματος Έρευνας και Καινοτομίας και αφορά στη βελτιστοποίηση διαχείρισης ενός *Ενεργειακού Κόμβου* σε νοσοκομεία.

# Εξελικτικά Ασαφή Συστήματα

## Περιγραφή

Εστιάζουμε στη μελέτη των ασαφών μετασχηματισμών και των ασαφών προβολών, υπό το πρίσμα της εύρεσης βέλτιστων ασαφών διαμερίσεων (fuzzy partitions) με την χρήση εξελικτικών αλγορίθμων, παράγοντας με αυτό τον τρόπο υβριδικά μοντέλα υπολογιστικής νοημοσύνης, δηλαδή εξελικτικά ασαφή μοντέλα.

Ο συστηματικός υπολογισμός των ασαφών διαμερίσεων απουσιάζει από τη διεθνή βιβλιογραφία. Επιπροσθέτως, καμία μελέτη δεν επικεντρώνεται στους εξελικτικούς ασαφείς μετασχηματισμούς και τις εξελικτικές ασαφείς προβολές για προσέγγιση συναρτήσεων από μη ομοιόμορφα δεδομένα.

Ο ασαφής μετασχηματισμός [2], παρέχει ένα μαθηματικό πλαίσιο συνδέοντας τη θεωρία των μετασχηματισμών με τη θεωρία των ασαφών συστημάτων. Στην προσέγγιση συναρτήσεων με τον ασαφή μετασχηματισμό, σημαντικό ρόλο παίζει η φύση της ασαφούς διαμέρισης, ως κύριο χαρακτηριστικό της μεθόδου. Η διαμέριση αφορά στην διάσπαση του υπερσυνόλου αναφοράς σε ένα σύνολο ασαφών αριθμών με συγκεκριμένες ιδιότητες. Η ασαφής διαμέριση αποδεικνύεται ότι παίζει κρίσιμο ρόλο στην απόδοση του τελικού προσεγγιστικού μοντέλου, που αποτελείται από τον ευθύ ασαφή μετασχηματισμό F-transform και τον αντίστροφο ασαφή μετασχηματισμό inverse F-transform. Ταυτόχρονα, μελετάται το πρόβλημα της προσέγγισης συναρτήσεων η οποία βασίζεται στην θεωρία των ασαφών προβολών [3, 4]. Η ασαφής προβολή χαρακτηρίζεται από τη βέλτιστη προσέγγιση της άγνωστης συνάρτησης με όρους του τετραγωνικού σφάλματος. Αν θεωρήσουμε ότι η υπο προσέγγιση άγνωστη συνάρτηση ζεί στον χώρο  $L^2$  και αν θεωρήσουμε τον υποχώρο που παράγουν οι συναρτήσεις της ασαφούς διαμέρισης, τότε η ασαφής προβολή ορίζεται ως το στοιχείο του υποχώρου που ελαχιστοποιεί την απόσταση  $L^2$ . Ακριβώς όμοια με την θεωρία του ασαφούς μετασχηματισμού, η καρδιά της ασαφούς προβολής αφορά στον προσδιορισμό της ασαφούς διαμέρισης.

Η πλειοψηφία των επιστημονικών δημοσιεύσεων που αφορούν στα παραπάνω μοντέλα, θέτουν υπό μελέτη μόνο την περίπτωση των ομοιόμορφων ασαφών διαμερίσεων. Εξάιρεση αποτελεί η εργασία του Stepnicka [5], στην οποία προτείνει ένα υβριδικό μοντέλο ασαφούς μετασχηματισμού που εκπαιδεύεται με μεθόδους νευρωνικών δικτύων. Ο στόχος της συγκεκριμένης έρευνας από μέρος μας αφορά στην συμπλήρωση της βιβλιογραφίας του κενού των μοντέλων εξελικτικών ασαφών προβολών και εξελικτικών ασαφών μετασχηματισμών.

## Ερευνητική προσέγγιση

Οι ασαφείς διαμερίσεις χαρακτηρίζονται πλήρως από το ζεύγος  $\{\mathcal{P}, \mathcal{A}\}$ , όπου  $\mathcal{P}$  είναι το σύνολο των κέντρων των ασαφών αριθμών και  $\mathcal{A}$  είναι η οικογένεια των συναρτήσεων γεννητόρων. Η λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης αφορά στη βέλτιστη ασαφή διαμέριση που ελαχιστοποιεί το άθροισμα του τετραγωνικού σφάλματος. Καθότι μελετώνται και οι δύο μεθοδολογίες, ο ασαφής μετασχηματισμός και η ασαφής προβολή, τα τελικά βελτιστοποιημένα μοντέλα διαφέρουν ως προς τις ιδιότητες τους και την προσεγγιστική απόδοση.

Για την αναζήτηση των βέλτιστων λύσεων, προτείνεται η μεθοδολογία της διαφορικής εξέλιξης [6], ένας εξελικτικός αλγόριθμος εφοδιασμένος με τους τελεστές μετάλλαξης και διασταύρωσης καθώς και τη στρατηγική ελιτιστικής επιλογής. Τα άτομα του πληθυσμού αφορούν υποψήφια ζεύγη  $\{\mathcal{P}, \mathcal{A}\}$  που ανήκουν σε ένα υποσύνολο  $\mathbb{A}_D$  του συνόλου  $\mathbb{A}$  όλων των πιθανών ασαφών διαμερίσεων. Το υποσύνολο αυτό περιέχει όλες τις ασαφείς διαμερίσεις που πληρούν κάποιο κριτήριο πυκνότητας ως προς τα δεδομένα εκπαίδευσης.

Σε όρους βελτιστοποίησης η είσοδος των υποψήφιων λύσεων στο εφικτό σύνολο γίνεται με όρους ποινής εκείνων των λύσεων, δηλαδή των υποψήφιων ασαφών διαμερίσεων, που δεν ανήκουν στο  $\mathbb{A}_D$ .

Τα τελικά εξελικτικά μοντέλα δοκιμάστηκαν για την ικανότητα προσέγγισης τους και γενίκευσής τους σε γνωστές συναρτήσεις της διεθνούς βιβλιογραφίας των ασαφών συστημάτων και νευρωνικών δικτύων, σε μία και δύο διαστάσεις. Η ανάπτυξη των αλγορίθμων πραγματοποιήθηκε στο MATLAB. Συνολικά υλοποιήθηκαν επτά μοντέλα μηχανικής μάθησης με στόχο την πληρέστερη σύγκριση των αποτελεσμάτων της προτεινόμενης μεθοδολογίας. Συγκεκριμένα, υλοποιήθηκαν μοντέλα ασαφών μετασχηματισμών και ασαφών προβολών με ομοιόμορφες ασαφείς διαμερίσεις και νευρωνικά δίκτυα με εκπαίδευση backpropagation. Επιπροσθέτως, μελετήθηκαν οι δυνατότητες προβλεπτικών μοντέλων που βασίζονται σε διανύσματα στήριξης (SVMs), με και χωρίς βελτιστοποίηση.

Την υψηλότερη απόδοση, ανάμεσα στα μοντέλα που αναπτύχθηκαν, παρουσιάζει η εξελικτική έκδοχή των μοντέλων που βασίζονται στην ασαφή προβολή.

# Ερευνητικό Πρόγραμμα

## Περιγραφή

Παράλληλα με την έρευνα μου κατά το τρέχον έτος, συμμετείχα ταυτόχρονα στη συγγραφή και την υποβολή ερευνητικής πρότασης, στο πλαίσιο της πρόσκλησης χρηματοδότησης του Ελληνικού Ιδρύματος Έρευνας και Καινοτομίας (ΕΛΙΔΕΚ), με επιστημονικό υπεύθυνο τον καθηγητή του Τμήματος Μηχανικών Βιοϊατρικής, κο. Αναστάσιο Ντούνη. Η προς χρηματοδότηση υποβληθείσα ερευνητική πρόταση αφορά στη διερεύνηση μεθοδολογιών και τεχνικών, από το χώρο της υπολογιστικής νοημοσύνης, με στόχο το βέλτιστο προγραμματισμό ενός ενεργειακού κόμβου (Energy Hub), το οποίο ενσωματώνει τους πολλαπλούς ενεργειακούς φορείς του νοσοκομείου.

Το αντικείμενο μελέτης μου, στο πλαίσιο του προγράμματος, είναι οι εξελικτικοί αλγόριθμοι για προβλήματα με περιορισμούς και προβλήματα με πολλαπλά κριτήρια καθώς και η πρόβλεψη ενέργειας με χρήση τεχνικών μηχανικής μάθησης.

## Βιβλιογραφία

- [1] Mendel, J. M. (2017). *Uncertain Rule-Based Fuzzy Systems: Introduction and New Directions*. Springer, second edition.
- [2] Perfilieva I. (2006). Fuzzy transforms: Theory and applications. *Fuzzy Sets and Systems*, 157:993–1023.
- [3] Patane, G. (2011). Fuzzy transform and least-squares approximation: Analogies, differences, and generalizations. *Fuzzy Sets and Systems*, 180:41–54.
- [4] Crouzet, J.-F. (2012). Fuzzy projection versus inverse fuzzy transform as sampling/interpolation schemes. *Fuzzy Sets and Systems*, 193:108–121.
- [5] Martin Stepnicka, Ondrej Polakovic (2009). A neural network approach to the fuzzy transform. *Fuzzy Sets and Systems*, 160:1037–1047.
- [6] R. Storn, K. Price (1997). Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimisation*, 11:341–359.



Anastasios  
Ntounis

Digitally signed by Anastasios  
Ntounis  
Date: 2022.11.07 13:17:14 +02'00'

---

Δρ. Αναστάσιος Ντούνης

GEORGIOS VOUROΣ GEORGIOS VOUROΣ  
10.11.2022 19:58

---

Δρ. Γεώργιος Βούρος

Dionysia  
Kolokot  
sa

Digitally signed  
by Dionysia  
Kolokotsa  
Date:  
2022.11.07  
12:53:18 +02'00'

---

Δρ. Διονυσία Κολοκοτσά