

Function Approximation for Engineering and Scientific Problems

Παναγιώτης Κορκίδης

Επιβλέπων: Καθηγητής Αναστάσιος Ντούνης



Ετήσια Έκθεση Προόδου

14/10/2021

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΪΑΤΡΙΚΗΣ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

Τριμελής Συμβουλευτική Επιτροπή

Αναστάσιος Ντούνης

Καθηγητής, Τμήμα Μηχανικών Βιοϊατρικής
Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής

Γεώργιος Βούρος

Καθηγητής, Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων
Πανεπιστήμιο Πειραιά

Διονυσία Κολοκοτσά

Καθηγήτρια, Τμήμα Χημικών Μηχανικών και
Μηχανικών Περιβάλλοντος
Πολυτεχνείο Κρήτης

Περιεχόμενα

1	Πρώτο Μέρος	1
2	Δεύτερο Μέρος	6
3	Τρίτο Μέρος	9
4	Ενδεικτική Βιβλιογραφία	10

Πρώτο Μέρος

Περίληψη

Το θέμα της διδακτορικής μου διατριβής με τίτλο *Function Approximation for Engineering and Scientific Problems*, αφορά στην ανάπτυξη αλγορίθμων που βασίζονται στον ευρύτερο τομέα της υπολογιστικής νοημοσύνης και της μηχανικής μάθησης και η εφαρμογή τους σε επίλυση επιστημονικών προβλημάτων.

Χωρίζουμε την παρούσα έκθεση ετήσιας προόδου σε δύο μέρη: Στο πρώτο μέρος περιγράφουμε την έρευνα στο πλαίσιο συμμετοχής του ερευνητικού προγράμματος *Ευφυείς Τεχνικές Ελέγχου της Άνεσης και Πρόβλεψης της Πληρότητας σε Κτήρια - Επιπτώσεις στην Ενεργειακή Αποδοτικότητα* με κωδικό έργου MIS-5050544 υπό την επιστημονική επίβλεψη του επιβλέποντα καθηγητή κύριου Αναστάσιου Ντούνη. Στο δεύτερο μέρος περιγράφουμε την ερευνητική μας δραστηριότητα στα πλαίσια των ασαφών μοντέλων και συγκεκριμένα στην ανάπτυξη εξελικτικών ασαφών μοντέλων για προσέγγιση συναρτήσεων βάσει παρατηρησιακών δεδομένων.

Κατά την διάρκεια του παρόντος έτους, συμμετείχα ως υποψήφιος διδάκτορας στο χρηματοδοτούμενο ερευνητικό έργο με κωδικό MIS-5050544. Το βασικό αντικείμενο της ανάθεσης μου στα πλαίσια του διδακτορικού μου ήταν η μελέτη ασαφών στοχαστικών διαφορικών εξισώσεων για την εκτίμηση της πληρότητας χρηστών μέσα σε ένα κτήριο. Το συγκεκριμένο ερευνητικό πρόγραμμα έχει απολογισμό δύο δημοσιεύσεις: Ένα paper σε πρακτικά διεθνούς συνεδρίου με κριτές και ένα paper σε ένα διεθνές επιστημονικό περιοδικό. Στις επόμενες παραγράφους περιγράφουμε την έρευνα μας, που αφορά στο δημοσιευμένο paper με τίτλο "Computational Intelligence Technologies for Occupancy Estimation and Comfort Control in Buildings", η οποία δημοσιεύτηκε στο διεθνές περιοδικό *Energies* και συγκεκριμένα στο Section: *Energy and Buildings*. Η δημοσίευση μπορεί να βρεθεί στον ακόλουθο σύνδεσμο:

Korkidis, P.; Dounis, A.; Kofinas, P. Computational Intelligence Technologies for Occupancy Estimation and Comfort Control in Buildings. *Energies* 2021, 14, 4971.
<https://doi.org/10.3390/en14164971>

Περιγραφή έρευνας

Το πρόβλημα της εκτίμησης της πληρότητας, στο πλαίσιο ελέγχου της άνεσης στο εσωτερικό των κτηρίων, αποτελεί ένα πρόβλημα δύσκολο και ελάχιστα μελετημένο στην διεθνή βιβλιογραφία. Στην συγκεκριμένη εργασία το πρόβλημα εκτίμησης πληρότητας σε έναν εσωτερικό χώρο κτηρίου μελετήθηκε, βάσει στοχαστικού μοντέλου που αφορά στις μετρήσεις του CO_2 . Η συγκέντρωση του διοξειδίου του άνθρακα στο εσωτερικό του κτηρίου περιγράφεται από την εξίσωση ισοζυγίου μάζας. Στην παρούσα εργασία η συγκέντρωση του CO_2 θεωρείται ως μια τυχαία μεταβλητή, η οποία προκύπτει ως λύση μιας στοχαστικής διαφορικής εξίσωσης. Η παραγωγή του διοξειδίου του άνθρακα, μελετάται ως μια στοχαστική ανέλιξη.

Μελετώντας τα επίπεδα του διοξειδίου του άνθρακα ως στοχαστική διαδικασία, μπορεί κάποιος να εξάγει σημαντικές πληροφορίες για την φύση του μοντέλου, να εκτιμήσει τις άγνωστες παραμέτρους της διεργασίας καθώς και τον αριθμό των χρηστών. Η πληροφορία της πληρότητας χρηστών στο εσωτερικό ενός κτηρίου είναι κρίσιμη σε ότι αφορά την ανάπτυξη συστημάτων ελέγχου με στόχο την αύξηση της ενεργειακής αποδοτικότητας.

Η έρευνα αποδομείται στα εξής στάδια: η διαφορική εξίσωση του CO_2 επεκτείνεται για να περιγράψει στοχαστικά φαινόμενα, οι άγνωστες παράμετροι της στοχαστικής διαδικασίας παραγωγής διοξειδίου του άνθρακα εκτιμώνται με βάση την αρχή της μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood) και με την χρήση εξελικτικών αλγορίθμων. Χρησιμοποιώντας ειδικό αλγόριθμο, γίνεται εκτίμηση των χρηστών που βρίσκονται στον χώρο στην μονάδα του χρόνου. Καθότι το επίπεδο του διοξειδίου του άνθρακα μέσα σε ένα χώρο δεν είναι σταθερή και εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, εισάγεται περαιτέρω αβεβαιότητα στο μοντέλο, ώστε να περιγραφεί η παραμετρική αβεβαιότητα συγκεκριμένων παραμέτρων. Αυτό επιτυγχάνεται με την βοήθεια της ασαφούς μοντελοποίησης (Fuzzy Modelling). Ο αλγόριθμος εκτίμησης πληρότητας εφαρμόζεται στα ασαφή / στοχαστικά μοντέλα και αποτελέσματα συμβατά με την θεωρία προκύπτουν.

Για να υιοθετηθεί ένα περισσότερο ρεαλιστικό μοντέλο, το οποίο να περιγράφει το επίπεδο συγκέντρωσης του διοξειδίου του άνθρακα στο εσωτερικό ενός κτηρίου, γίνεται η υπόθεση ότι η συγκέντρωση του CO_2 δίνεται από μια τυχαία μεταβλητή σε κάθε χρονική στιγμή. Η παραγωγή του διοξειδίου του άνθρακα θεωρείται ως μια στοχαστική ανέλιξη, περιγράφοντας έτσι φαινόμενα που δεν είναι εύκολο να μοντελοποιηθούν μαθηματικά αλλά και άγνωστους παράγοντες. Η ντετερμινιστική διαφορική εξίσωση ισοζυγίου μάζας μετατρέπεται με την βοήθεια της κίνησης Brown σε μια στοχαστική διαφορική εξίσωση. Η δομή ενός μοντέλου από τα οικονομικά μαθηματικά και ονομάζεται Hull - White μας δίνει το πλαίσιο να περιγράψουμε την διαδικασία παραγωγής του διοξειδίου του άνθρακα.

Το στοχαστικό μοντέλο δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$dX^{CO_2}(t) = \left[q_{inf} X_{out}^{CO_2} + c_{occ}^{CO_2} n_{occ}(t) - q_{inf} X^{CO_2}(t) \right] dt + \sigma dB_t \quad (1.1)$$

όπου $X^{CO_2}(t)$ είναι η συγκέντρωση του διοξειδίου του άνθρακα, q_{inf} είναι ο ρυθμός μεταβολής των αέριων μαζών στο χώρο, $c_{occ}^{CO_2}$ είναι ο ρυθμός παραγωγής διοξειδίου του άνθρακα από τους χρήστες, $X_{out}^{CO_2}$ είναι η εξωτερική συγκέντρωση του διοξειδίου του άνθρακα, σ είναι ο σταθερός παράγοντας κύμανσης των στοχαστικών μεταβολών του CO_2 , B_t είναι μια μονοδιάστατη τυπική κίνηση Brown και $n_{occ}(t)$ είναι ο αριθμός των χρηστών, δηλαδή το επίπεδο πληρότητας.

Στην μεθοδολογία που μελετήθηκε οι παραμέτροι του μοντέλου θεωρούνται άγνωστες και η εκτίμηση τους είναι αναγκαία. Τα δεδομένα που περιγράφουν την συγκέντρωση του διοξειδίου του άνθρακα, που τώρα είναι τυχαία μεταβλητή, παράγονται από την αριθμητική επίλυση της στοχαστικής διαφορικής εξίσωσης με την μέθοδο των Euler - Maruyama. Η χρονοσειρά της αριθμητικής λύσης δίνει την συγκέντρωση του CO_2 στην μονάδα του χρόνου, και είναι μια στοχαστική ανέλιξη. Παράλληλα, η αριθμητική λύση θεωρείται ότι αποτελεί το σύνολο των δεδομένα εκπαίδευσης, στα οποία η εκτίμηση των παραμέτρων του μοντέλου, βασίζεται.

Δεδομένης της χρονοσειράς του CO_2 και δεδομένου ότι μια στοχαστική διαδικασία μελετάται, γίνεται εκτίμηση των άγνωστων παραμέτρων με την μεθοδολογία της *Μέγιστης Πιθανοφάνειας - Maximum Likelihood*. Καθότι η λύση της στοχαστικής διαφορικής είναι διαδικασία Markov, η μέση τιμή και η διασπορά της τυχαίας μεταβλητής που περιγράφει την συγκέντρωση του διοξειδίου του άνθρακα, υπολογίζονται αναλυτικά. Ομοίως, οι πιθανότητες μετάβασης μπορούν να υπολογιστούν σε κλειστή μορφή.

Οι παράμετροι του μοντέλου θεωρούνται άγνωστες και πρέπει να εκτιμηθούν βάσει της χρονοσειράς της λύσης της στοχαστικής διαφορικής εξίσωσης που περιγράφει την συγκέντρωση του διοξειδίου του άνθρακα. Το διάλυμα των αγνώστων παραμέτρων δίνεται από $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3, \hat{\theta}_4) = (\hat{q}_{inf}, \hat{X}_{out}^{CO_2}, \hat{c}_{occ}^{CO_2}, \hat{\sigma})$. Το πρόβλημα εκτίμησης των παραμέτρων στο πλαίσιο στοχαστικών διαφορικών εξισώσεων μπορεί να περιγραφεί μαθηματικά ως η λύση του παρακάτω προβλήματος:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\substack{\theta_i \in [l_{\theta_i}, u_{\theta_i}] \\ i=1 \dots 4}} L(X^{CO_2}(t_0) \dots X^{CO_2}(t_N), \theta) \quad (1.2)$$

όπου $L(X^{CO_2}(t_0) \dots X^{CO_2}(t_N), \theta)$ είναι ο αρνητικός λογάριθμος της πιθανοφάνειας.

Στην συγκεκριμένη εργασία η ελαχιστοποίηση της συνάρτησης του αρνητικού λογαρίθμου της πιθανοφάνειας έγινε με την χρήση εξελικτικών αλγορίθμων και συγκεκριμένα με τον αλγόριθμο *Differential Evolution*. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος προτείνεται καθότι είναι κατάλληλος για βελτιστοποίηση μη γραμμικών προβλημάτων που μπορεί να είναι μη κυρτά και χωρίς την χρήση πληροφορίας κλίσης. Η Διαφορική Εξέλιξη (DE) ανήκει στην

οικογένεια των εξελικτικών αλγορίθμων και εξερευνά το πεδίο ορισμού ενός προβλήματος βελτιστοποίησης με την χρήση ενός πλυθησμού υποψηφίων λύσεων και τελεστών μετάλλαξης, διασταύρωσης και επιλογής. Οι τελεστές μετάλλαξης και διασταύρωσης παράγουν τις νέες υποψήφιες λύσεις και σε κάθε επόμενη γενιά επιβιώνουν μόνο οι καταλληλότερες, ως προς το πρόβλημα βελτιστοποίησης.

Μέχρι αυτό το σημείο οι υπό εκτίμηση άγνωστες παράμετροι του μοντέλου, είναι οι $(\hat{q}_{inf}, \hat{X}_{out}^{CO_2}, \hat{c}_{occ}^{CO_2}, \hat{\sigma})$. Αν λοιπόν θεωρήσουμε ότι οι τιμές των εκτιμώμενων παραμέτρων είναι κοντά στις πραγματικές τιμές, μπορούμε να παραμετροποιήσουμε το μοντέλο μας, δηλαδή την στοχαστική διαφορική εξίσωση, ως προς το επίπεδο πληρότητας $n_{occ}(t)$.

Η μεθοδολογία εκτίμησης του διανύσματος πληρότητας ακολουθεί τα εξής βήματα: Η στοχαστική διαφορική εξίσωση επιλύεται αριθμητικά με την μέθοδο Euler - Maruyama με τις εκτιμώμενες παραμέτρους. Δεδομένης της χρονοσειράς της λύσης κάνουμε χρήση του αλγορίθμου που προτείνεται στο [13] και εκτιμάται το άγνωστο διάνυσμα πληρότητας βάσει αρχής της μέγιστης πιθανοφάνειας. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος είναι greedy και παράγει την βέλτιστη λύση σε κάθε βήμα. Επομένως, εφόσον οι εκτιμώμενες παράμετροι είναι κοντά στις πραγματικές τιμές, αυτό σημαίνει ότι τα δεδομένα της λύσης θα είναι κοντά στην πραγματική λύση άρα ο αλγόριθμος θα αναζητήσει την πιθανότερη παράμετρο που παράγει τα δεδομένα της λύσης.

Για μελετήσουμε την επίδραση της παραμετρικής αβεβαιότητας στον αλγόριθμο εκτίμησης του $n_{occ}(t)$, χρησιμοποιούμε ασαφή μοντελοποίηση για να εισάγουμε μια περαιτέρω αβεβαιότητα στο μοντέλο: την αβεβαιότητα που προκύπτει από τις ίδιες τις παραμέτρους. Σε ένα ρεαλιστικό πρόβλημα εκτός των μη μοντελοποιημένων δυναμικών που μπορούν να μοντελοποιηθούν με την εισαγωγή στοχαστικότητας, θα πρέπει κάποιος να λάβει υπόψη και την αβεβαιότητα στις παραμέτρους.

Η μεθοδολογία εκτίμησης των παραμέτρων βάσει της μέγιστης πιθανοφάνειας οδηγεί σε σημειακές εκτιμήσεις. Για να εισαχθεί αβεβαιότητα στις εκτιμώμενες παραμέτρους και να μελετηθεί το αντίκτυπο της στην εκτίμηση της πληρότητας, χρησιμοποιούμε ασαφή μοντελοποίηση στις παραμέτρους q_{inf} , ο ρυθμός εναλλαγής αέριων μαζών στο χώρο και $c_{occ}^{CO_2}$, τον ρυθμό παραγωγής διοξειδίου του άνθρακα ανά χρήστη. Οι δύο εκτιμώμενες παράμετροι περιγράφονται ως ασαφείς τριγωνικοί αριθμοί.

Για τον υπολογισμό του συνόλου στήριξης του ασαφούς αριθμού που περιγράφει το q_{inf} και το $c_{occ}^{CO_2}$, χρησιμοποιούμε $\pm 10\%$ από την εκτιμώμενη τιμή της παραμέτρου και $\pm 30\%$ αντίστοιχα. Εν συνεχεία παράγουμε δεδομένα, λύνοντας αριθμητικά, την στοχαστική διαφορική εξίσωση που τώρα έχει τις παραμέτρους που υπολογίζονται από την ασαφή μοντελοποίηση. Συγκεκριμένα, παράγουμε δύο ζεύγη παραμέτρων (τις οριακές τιμές) με χρήση 0.5-τομής. Έτσι λοιπόν οι λύσεις των διαφορικών εξισώσεων παράγουν ένα βαθμό αξιοπιστίας που αντιστοιχεί στις αβέβαιες παραμέτρους. Η εφαρμογή του αλγορίθμου εκτίμησης του διανύσματος πληρότητας οδηγεί σε λύσεις που συνάδουν απόλυτα με την θεωρία:

Εφόσον τα δεδομένα αφορούν στις εκτιμώμενες παραμέτρους τότε το επίπεδο πληρότητας εκτιμάται με μεγάλη ακρίβεια. Αν οι παράμετροι προκύπτουν από την ασαφή μοντελοποίηση τότε οι εκτιμήσεις του επιπέδου πληρότητας παράγουν είτε υποεκτιμώμενο είτε υπερεκτιμώμενο επίπεδο πληρότητας. Αυτό δεν προκύπτει από κάποια αδυναμία του αλγορίθμου εκτίμησης αλλά από την φύση του και αποτελεί ένα έναυσμα για συστηματική μελέτη των ασαφών στοχαστικών διαφορικών εξισώσεων στο πλαίσιο ελέγχου άνεσης κτηρίων.

Τα αποτελέσματα των αλγορίθμων που αφορούν στην εκτίμηση των παραμέτρων με διαφορική εξέλιξη και η εκτίμηση του διανύσματος πληρότητας για τις σημειακές και τις ασαφείς παραμέτρους είναι ακριβή και συμφωνούν με τις προβλέψεις της θεωρίας. Για αναλυτικά αποτελέσματα παραπέμπουμε τους αναγνώστες στην δημοσίευση.

Δεύτερο Μέρος

Περιγραφή

Το δεύτερο μέρος της ερευνητικής μας δραστηριότητας αφορά στην μελέτη των ασαφών μετασχηματισμών και των ασαφών προβολών. Συγκεκριμένα, η έρευνα αφορά στην εύρεση βέλτιστων ασαφών διαμερίσεων (fuzzy partitions) με την χρήση εξελικτικών αλγορίθμων, παράγοντας με αυτό τον τρόπο υβριδικά μοντέλα υπολογιστικής νοημοσύνης, δηλαδή εξελικτικά ασαφή μοντέλα. Το πρόβλημα που μελετάται είναι η προσέγγιση συναρτήσεων από παρατηρησιακά δεδομένα, και συγκεκριμένα από δεδομένα μη ομοιόμορφα κατανομημένα. Το συγκεκριμένο πρόβλημα χαρακτηρίζει πολλά προβλήματα της επιστήμης και της μηχανικής, που μελετώνται υπό το πρίσμα των αλγορίθμων μηχανικής μάθησης. Τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης έρευνας βρίσκονται στο στάδιο της υποβολής (to be submitted).

Παρότι, οι ασαφείς διαμερίσεις στο πλαίσιο των ασαφών μετασχηματισμών έχουν εκτενώς μελετηθεί, ο συστημάτικος υπολογισμός τους απουσιάζει από την διεθνή βιβλιογραφία. Ταυτόχρονα, καμία μελέτη δεν επικεντρώνεται σε εξελικτικούς ασαφείς μετασχηματισμούς και εξελικτικές ασαφείς προβολές για προσέγγιση συναρτήσεων από μη ομοιόμορφα δεδομένα.

Στην παρούσα εργασία προτείνουμε έναν εξελικτικό αλγόριθμο διαφορικής εξέλιξης για την εύρεση λύσεων στο πρόβλημα βελτιστοποίησης με περιορισμούς: *Να γίνει καθορισμός των παραμέτρων των ασαφών διαμερίσεων με τρόπο ώστε να ελαχιστοποιείται μια συγκεκριμένη νόρμα του εκπαιδευτικού σφάλματος προσέγγισης.*

Ο ασαφής μετασχηματισμός (F-transform) παρέχει ένα μαθηματικό πλαίσιο που συνδέει την θεωρία των μετασχηματισμών με την θεωρία των ασαφών συστημάτων. Στην προσέγγιση συναρτήσεων με τον ασαφή μετασχηματισμό, σημαντικό ρόλο παίζει η φύση της ασαφούς διαμέρισης, ως κύριο χαρακτηριστικό της μεθόδου. Η διαμέριση αφορά στην διάσπαση του πεδίου ορισμού σε ένα σύνολο ασαφών αριθμών με συγκεκριμένες ιδιότητες. Η ασαφής διαμέριση αποδεικνύεται ότι παίζει κρίσιμο ρόλο στην απόδοση του τελικού προσεγγιστικού μοντέλου, που αποτελείται από τον ευθύ ασαφή μετασχηματισμό F-transform και τον αντίστροφο ασαφή μετασχηματισμό inverse F-transform.

Ταυτόχρονα, μελετάμε το πρόβλημα προσέγγισης συναρτήσεων βασισμένοι στην θεωρία των ασαφών προβολών (fuzzy projection). Η ασαφής προβολή χαρακτηρίζεται από την βέλτιστη προσέγγιση της άγνωστης (latent) συνάρτησης με όρους του τετραγωνικού σφάλ-

ματος. Αν θεωρήσουμε ότι η υπο προσέγγιση άγνωστη συνάρτηση ζεί στον χώρο L^2 και αν θεωρήσουμε τον υποχώρο που παράγουν οι συναρτήσεις της ασαφούς διαμέρισης, τότε η ασαφής προβολή ορίζεται ως το στοιχείο του υποχώρου που ελαχιστοποιεί την απόσταση L^2 . Ακριβώς όμοια με την θεωρία του ασαφούς μετασχηματισμού, η καρδιά της ασαφούς προβολής αφορά στον προσδιορισμό της ασαφούς διαμέρισης.

Η πλειοψηφία των επιστημονικών δημοσιεύσεων που αφορούν στα παραπάνω μοντέλα, θέτουν υπό μελέτη μόνο την περίπτωση των ομοιόμορφων ασαφών διαμερίσεων. Εξαίρεση αποτελεί η εργασία του Stepnicka [27], στην οποία προτείνει ένα υβριδικό μοντέλο ασαφούς μετασχηματισμού που εκπαιδεύεται με μεθόδους νευρωνικών δικτύων. Ο στόχος της συγκεκριμένης έρευνας από μέρους μας αφορά στην συμπλήρωση της βιβλιογραφίας του κενού των μοντέλων εξελικτικών ασαφών προβολών και εξελικτικών ασαφών μετασχηματισμών.

Οι ερευνητικοί μας στόχοι μπορούν να συνοψιστούν στα παρακάτω σημεία:

- Να προταθεί μια εναλλακτική και συμπληρωματική μελέτη στους ασαφείς μετασχηματισμούς με νευρωνική εκπαίδευση.
- Να μελετηθεί και να εφαρμοστεί εξελικτικός υπολογισμός στο ερευνητικό πλαίσιο των ασαφών μετασχηματισμών και ασαφών προβολών.
- Να εφαρμοστούν τα υβριδικά εξελικτικά μοντέλα στο πρόβλημα της προσέγγισης συναρτήσεων από μη ομοιόμορφα δεδομένα.
- Να αυξηθεί η ερμηνευσιμότητα του ασαφούς συστήματος.
- Να μειωθεί το προσεγγιστικό σφάλμα του τελικού μοντέλου.

Περιγραφή έρευνας

Οι ασαφείς διαμερίσεις χαρακτηρίζονται πλήρως από το ζεύγος $(\mathcal{P}, \mathcal{A})$, όπου \mathcal{P} είναι το σύνολο των κέντρων των ασαφών αριθμών και \mathcal{A} είναι η οικογένεια των συναρτήσεων γεννήτορων. Στην παρούσα έρευνα, η λύση του προβλήματος βελτιστοποίησης αφορά στην βέλτιστη ασαφή διαμέριση που ελαχιστοποιεί το άθροισμα του τετραγωνικού σφάλματος. Καθότι μελετώνται και οι δύο μεθοδολογίες, ο ασαφής μετασχηματισμός και η ασαφής προβολή, τα τελικά βελτιστοποιημένα μοντέλα διαφέρουν ως προς τις ιδιότητες τους και την προσεγγιστική απόδοση.

Για την επίλυση του προβλήματος προτείνεται ένας διαφορική εξέλιξη, έναν εξελικτικό αλγόριθμο εφοδιασμένο με τελεστές μετάλλαξης και διαστάρωσης καθώς και στρατηγική ελιτιστικής επιλογής. Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι ανήκουν στην οικογένεια των μεθυστικών μεθόδων, όπου χρησιμοποιούνται για την βελτιστοποίηση προβλημάτων με έλλειψη πληροφορίας παραγώγων ή/και με ασυνεχή/μη-κυρτά τοπία της αντικειμενικής συνάρτησης. Η λειτουργία ενός εξελικτικού αλγόριθμου περιγράφεται ως εξής: Για έναν μέγιστο αριθμό γενεών, επαναλήψων: Δημιουργία αρχικού πληθυσμού με άτομα, τις υποψήφιες λύσεις. Τα

αρχικά άτομα του πληθυσμού αποτιμώνται, ως προς την καταλληλότητα τους, και παράλληλα δημιουργούνται νέοι πληθυσμοί από τα αρχικά άτομα με εφαρμογή των εξελικτικών τελεστών: μετάλλαξης και διασταύρωσης. Στην παρούσα έρευνα χρησιμοποιήθηκαν διαφορετικοί τελεστές μετάλλαξης καθώς και διωνυμικοί τελεστές διασταύρωσης. Τα νέα άτομα του πληθυσμού συγκρίνονται με τα αρχικά άτομα και τον νέο πληθυσμό συνιστούν μόνο τα καταλληλότερα άτομα. Στην παρούσα εργασία ο τελεστής επιλογής αφορά σε ελιτισμό, έτσι ώστε σε κάθε γενιά η λύση να δίνεται από το μοναδικό άτομο με την μεγαλύτερη καταλληλότητα. Τα άτομα του πληθυσμού αφορούν υποψήφια ζεύγη (P, A) που ανήκουν σε ένα υποσύνολο $A_{\mathbb{D}}$ του συνόλου A όλων των πιθανών ασαφών διαμερίσεων. Το υποσύνολο αυτό περιέχει όλες τις ασαφείς διαμερίσεις που πληρούν κάποιο κριτήριο πυκνότητας ως προς τα δεδομένα εκπαίδευσης.

Σε όρους βελτιστοποίησης η είσοδος των υποψήφιων λύσεων στο εφικτό σύνολο γίνεται με όρους ποινής εκείνων των λύσεων, δηλαδή των υποψήφιων ασαφών διαμερίσεων, που δεν ανήκουν στο $A_{\mathbb{D}}$.

Τα τελικά εξελικτικά μοντέλα δοκιμάστηκαν για την ικανότητα προσέγγισης τους και γενίκευσης του σε γνωστές συναρτήσεις της διεθνούς βιβλιογραφίας των ασαφών συστημάτων και νευρωνικών δικτύων, σε μία και δύο διαστάσεις. Στην έρευνα μας συγκρίνουμε ασαφείς μετασχηματισμούς και προβολές με ομοιόμορφες ασαφείς διαμερίσεις, νευρωνικά δίκτυα εκπαιδευμένα με *vanilla* backpropagation και τα εξελικτικά μοντέλα. Η αριθμητική μελέτη δείχνει πολύ υψηλή απόδοση του εξελικτικού μοντέλου ασαφούς προβολής.

Τρίτο Μέρος

Κατά την διάρκεια της έρευνας μας διαπιστώθηκαν ενδιαφέροντα αντικείμενα για βαθύτερη μελέτη σε θέματα που αφορούν και στην εκτίμηση πληρότητας με στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις και στην ασαφή μοντελοποίηση με ασαφή μετασχηματισμό και ασαφή προβολή. Συγκεκριμένα μας ενδιαφέρει να πραγματοποιήσουμε περαιτέρω εμβάθυνση στα εξής αντικείμενα:

- Ασαφείς στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις για την ενσωμάτωση της παραμετρικής αβεβαιότητας του μοντέλου ισοζυγίου μάζας CO_2 .
- Μελέτη μεθόδων MCMC στον πλαίσιο της εκτίμησης παραμέτρων στο στοχαστικό μοντέλο ισοζυγίου μάζας CO_2 , για ενσωμάτωση της παραμετρικής αβεβαιότητας.
- Μελέτη και ανάπτυξη εναλλακτικών αλγορίθμων εκτίμησης της πληρότητας από την χρονοσειρά λύσης της στοχαστικής διαφορικής εξίσωσης του CO_2 .
- Βελτίωση των εξελικτικών τακτικών στα πλαίσια των ασαφών μετασχηματισμών και ασαφών προβολών.
- Εφαρμογή των εξελικτικών ασαφών μετασχηματισμών και εξελικτικών ασαφών προβολών σε εφαρμογές: Μοντελοποίηση χαοτικών συστημάτων, Πρόβλεψη χρονοσειρών, Μελέτη σε Biomedical δεδομένα, Εφαρμογή σε πραγματικά δεδομένα.
- Ανάπτυξη νέων ασαφών μοντέλων με αφετηρία τις ασαφείς προβολές (Bayesian Fuzzy Models).

Ενδεικτική Βιβλιογραφία

- [1] Dong, J.; Winstead, C.; Nutaro, J.; Kuruganti, T. Occupancy-Based HVAC Control with Short-Term Occupancy Prediction Algorithms for Energy-Efficient Buildings. *Energies* 2018, 11.
- [2] Bielskus, J.; Motuziene, V.; Vilutiene, T.; Indriulionis, A. Occupancy Prediction Using Differential Equation Online Sequential Extreme Learning Machine Model. *Energies* 2020, 11.
- [3] Wang, D.; Federspiel, C.V.; Rubinstein, F. Modelling occupancy in single persons offices. *Energy and Buildings* 2005, 37, 121–126.
- [4] Feng, X.; Yan, D.; Hong, T. Simulation of occupancy in buildings. *Energy and Buildings* 2015, 87, 348–359.
- [5] Assimakopoulos, M.N.; Barmbaresos, N.; Pantazaras, A.; Karlessi, T.; Lee, S.E. On the comparison of occupancy in relation to energy consumption and indoor environmental quality: a case study. In 9th International Conference on Sustainability in Energy and Buildings, Chania, Greece, 5-7 July 2017.
- [6] Wang, C.; Yan, D.; Jiang, Y. A novel approach for building occupancy simulation. *Building Simulation* 2011, 4, 149–167.
- [7] Wilke, U.; Haldi, F.; Scartezzini, J.L.; Robinson, D. A bottom-up stochastic model to predict building occupants' time-dependent activities. *Building and Environment* 2013, 60, 254–264.
- [8] Jiang, C.; Chen, Z.; Su, R.; Masood, M.K.; Soh, Y.S. Bayesian filtering for occupancy estimation from carbon dioxide concentration. *Energy and Buildings* 2020, 206, 2–10.
- [9] Pantazaras, A.; Lee, S. E.; Santamouris, M.; Yang, J. Predicting the CO₂ levels in buildings using deterministic and identified models. *Energy and Buildings* 2016, 127, 774–785.
- [10] Oldewurtel, F.; Sturzenegger, D.; Morari, M. Importance of occupancy information for building climate control. *Applied Energy* 2013, 101, 521–532.
- [11] Ansanay, A G. Estimating occupancy using indoor carbon dioxide concentrations only in an office building: a method and qualitative assessment. In REHVA world congress on energy efficient, smart and healthy buildings (CLIMA) April, 2013. pp. 1–8.
- [12] Cali, D; Matthes, P; Huchtemann, K; Streblow, R.; Muller, D. CO₂ based occupancy detection algorithm: experimental analysis and validation for office and residential buildings. *Building and Environment* 2015, 86, 39–49.
- [13] Wolf, S.; Cali, D; Krogstie, J.; Madsen, H. Carbon dioxide-based occupancy estimation using stochastic differential equations. *Applied Energy* 2019, 236, 32–41.
- [14] Chen, Z.; Jiang, C.; Xie, L. Building occupancy estimation and detection: A review. *Energy and Buildings* 2018, 169, 260–270.
- [15] Krisensen N.R.; Madsen H.; Jorgensen S.B. Identification of continuous time models using discrete time data. In Proceedings of 13th IFAC symposium on system identification (SYSID-2003), Rotterdam, Netherlands, 2003.
- [16] Ebadat, A.; Bottegal, G.; Molinari, M.; Varagnolo, D. Multi-room occupancy estimation through adaptive gray-box models. In IEEE 54th Annual Conference on Decision and Control (CDC) December 15-18, 2015. Osaka, Japan.
- [17] Pavliotis, G. A. Stochastic Processes and Applications, Publisher: Springer-Verlag, New

York, 2014.

- [18] Karatzas, I.; Shreve, S. *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Publisher: Springer-Verlag, New York, 1998.
- [19] Shreve, S. *Stochastic Calculus for Finance II: Continuous-Time Models*, Publisher: Springer-Verlag, New York, 2004.
- [20] Brigo, D.; Mercurio, F. *Interest Rate Models - Theory and Practice*, Publisher: Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2006.
- [21] Sarkka, S.; Solin A. *Applied Stochastic Differential Equations*, Publisher: Cambridge University Press, Cambridge, 2019.
- [22] Storn, R.; Price, K. Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces, *Journal of Global Optimization* 1997, 11, 341–359.
- [23] Dubois, D.; Prade H. *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*, Publisher: Academic Press, Cambridge, 1980.
- [24] Sprungk, B.; Gerald van den Boogart, K. Stochastic differential equations with fuzzy drift and diffusion. *Fuzzy Sets and Systems* 2013, 230, 53–64.
- [25] Schmelzer, B. On solutions of stochastic differential equations with parameters modeled by random sets. *International Journal of Approximate Reasoning* 2010, 51, 1159–1171.
- [26] Perfilova, I. Fuzzy Transforms: Theory and Applications, *Fuzzy Sets and Systems*, 2006, 157, 993–1023.
- [27] Stepnicka, B.; Polakovic, O. A neural network approach to the fuzzy transform, *Fuzzy Sets and Systems*, 2009, 160, 1037–1047.

Anastasios Ntounis Digitally signed by Anastasios Ntounis
Date: 2021.11.08 17:31:17 +02'00'

Δρ. Αναστάσιος Ντούνης



Δρ. Γεώργιος Βούρος

Dionysia Kolokotsa Digitally signed by Dionysia Kolokotsa
Date: 2021.11.01 12:46:09 +02'00'

Δρ. Διονυσία Κολοκοτσά